第8講・平方根③ 式の値

要点整理

1　式の値

対称式は基本対称式 $x+y$, xy をつかって表すことができる。

例) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

これを用いて式の値を求める。

2　平方根の大小関係

$a>b$ ならば　$\sqrt{a}>\sqrt{b}$

これを用いて $\sqrt{5}$ の整数部分を考えると,

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$　すなわち　$2<\sqrt{5}<3$

だから,

$\sqrt{5}$ の整数部分は 2 とわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の問に答えなさい。

(1)　$x=3+2\sqrt{2}$，$y=3-2\sqrt{2}$ のとき，x^2+xy+y^2 の値を求めなさい。

(2)　$x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ のとき，$\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ の値を求めよ。

例題 2

$\dfrac{1}{3}$，$\sqrt{0.3}$，0.3 を小さい方から順に並べよ。

例題 3

$\sqrt{2}$ の小数部分を a とするとき，a^2+2a-4 の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

8−1　次の問いに答えなさい。

(1)　$x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$のとき，$x^2+3xy+y^2$ の値を求めよ。

(2)　$a+b=2\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$a-b=\sqrt{6}-2$ のとき，$(2a-b)^2-(a-2b)^2$ の値を求めよ。

8−2　次の４つの数を大きいものから順に並べよ。

$\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{3}{\sqrt{5}}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，$\sqrt{\dfrac{3}{5}}$

8−3　$\sqrt{10}-\sqrt{2}$の整数部分を x，小数部分を y とおくとき，$2x^2+2xy+y^2$ の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第８講・確認テスト

[1]　$x=\sqrt{7}-\sqrt{5}$，$y=\sqrt{7}+\sqrt{5}$のとき，次の式の値を求めなさい。

(1)　$\dfrac{x-y}{xy}=-\sqrt{\boxed{ア}}$　　(2)　$x^2y+xy^2=\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$

(3)　$x^2-y^2=-\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オカ}}$　　(4)　$x^2+y^2=\boxed{キク}$

[2]　$a=2+3\sqrt{2}$，$b=-1+\sqrt{2}$のとき，次の式の値を求めなさい。

$a^2-6ab+9b^2=\boxed{ケコ}$

[3]　次の$\boxed{サ}$～$\boxed{ス}$にあてはまる数を番号で答えなさい。

次の５つの数の大小を比べると，最も大きい数は$\boxed{サ}$，最も小さい数は$\boxed{シ}$で，大きい方から３番目の数は$\boxed{ス}$である。

①　$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　②　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　③　$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　　④　$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　　⑤　$\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

[4]　次の$\boxed{セ}$～$\boxed{テ}$にあてはまる数を求めなさい。

(1)　$3\sqrt{7}$の小数部分をx，整数部分をyとすると，

$x=\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}-\boxed{タ}$，$y=\boxed{チ}$である。

(2)　$\sqrt{3}+1$の整数部分をa，小数部分をbとすると，$a^2+4ab+4b^2$の値は$\boxed{ツテ}$である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第8講・平方根③ 式の値

例題 1

(1)　**35**　　(2)　**10**

解説

(1)　$x+y=6$，$xy=9-8=1$ より，

$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy=6^2-1=\underline{35}$

└普通に代入しても答えは出る。

(2)　$x+y=2\sqrt{3}$，$xy=1$ より，$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{3})^2-2=10$

よって，与式 $=\dfrac{10}{1}=10$

例題 2

$\mathbf{0.3}$，$\mathbf{\dfrac{1}{3}}$，$\mathbf{\sqrt{0.3}}$

解説

すべて正の数なので 2 乗して比べる。$\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}$，$(\sqrt{0.3})^2=0.3$，$(0.3)^2=0.09$

$0.09<\dfrac{1}{9}<0.3$ より，$0.3<\dfrac{1}{3}<\sqrt{0.3}$

例題 3

$\mathbf{-3}$

解説

$1<\sqrt{2}<2$ より，$\sqrt{2}$ の整数部分は 1　　よって，$a=\sqrt{2}-1$ なので，

$a^2+2a-4=(a+1)^2-5=(\sqrt{2}-1+1)^2-5=-3$

8-1

(1)　$\mathbf{\dfrac{13}{4}}$　　　　(2)　$\mathbf{12\sqrt{2}-6\sqrt{3}}$

解説

(1)　$x+y=\sqrt{3}$，$xy=\dfrac{1}{4}$ を，$x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy$ に代入。

(2)　$(2a-b)^2-(a-2b)^2=\{(2a-b)+(a-2b)\}\{(2a-b)-(a-2b)\}$

$=(3a-3b)(a+b)=3(a-b)(a+b)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

8－2

$\dfrac{3}{\sqrt{5}}$, $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$, $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

解説

すべて正の数なので2乗して比べる。

$\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{9}{25}$, $\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{9}{5}$, $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right)^2=\dfrac{3}{25}$, $\left(\sqrt{\dfrac{3}{5}}\right)^2=\dfrac{3}{5}$

$\dfrac{9}{5}>\dfrac{3}{5}>\dfrac{9}{25}>\dfrac{3}{25}$ より，$\dfrac{3}{\sqrt{5}}>\sqrt{\dfrac{3}{5}}>\dfrac{3}{5}>\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

8－3

$13-4\sqrt{5}$

解説

$3.1<\sqrt{10}<3.2$，$1.4<\sqrt{2}<1.5$ より，$1<\sqrt{10}-\sqrt{2}<2$ よって，$x=1, y=\sqrt{10}-\sqrt{2}-1$ と表される。

$$2x^2+2xy+y^2=x^2+(x^2+2xy+y^2)=x^2+(x+y)^2$$
$$=1+(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2=1+10-4\sqrt{5}+2=13-4\sqrt{5}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第８講・確認テスト

[1]　$x=\sqrt{7}-\sqrt{5}$，$y=\sqrt{7}+\sqrt{5}$のとき，次の式の値を求めなさい。

(1)　$\dfrac{x-y}{xy}=-\sqrt{\boxed{ア}}$　　(2)　$x^2y+xy^2=\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$

(3)　$x^2-y^2=-\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オカ}}$　　(4)　$x^2+y^2=\boxed{キク}$

[2]　$a=2+3\sqrt{2}$，$b=-1+\sqrt{2}$のとき，次の式の値を求めなさい。

$a^2-6ab+9b^2=\boxed{ケコ}$

[3]　次の$\boxed{サ}$～$\boxed{ス}$にあてはまる数を番号で答えなさい。

次の５つの数の大小を比べると，最も大きい数は$\boxed{サ}$，最も小さい数は$\boxed{シ}$で，大きい方から３番目の数は$\boxed{ス}$である。

①　$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　②　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　③　$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　④　$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　⑤　$\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

[4]　次の$\boxed{セ}$～$\boxed{テ}$にあてはまる数を求めなさい。

(1)　$3\sqrt{7}$の小数部分をx，整数部分をyとすると，

$x=\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}-\boxed{タ}$，$y=\boxed{チ}$である。

(2)　$\sqrt{3}+1$の整数部分をa，小数部分をbとすると，$a^2+4ab+4b^2$の値は$\boxed{ツテ}$である。

解答

[1]　ア　5　イ　4　ウ　7　エ　4　オ　3　カ　5　キ　2　ク　4

[2]　ケ　2　コ　5

[3]　サ　⑤　シ　①　ス　②

[4]　セ　3　ソ　7　タ　7　チ　7　ツ　1　テ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

（1）　$x-y=-2\sqrt{5}, xy=2$ より，与式 $=\dfrac{-2\sqrt{5}}{2}=-\sqrt{5}$

（2）　$x+y=2\sqrt{7}$ より，与式 $=xy(x+y)=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

（3）　与式 $=(x+y)(x-y)=2\sqrt{7}\times(-2\sqrt{5})=-4\sqrt{35}$

（4）　与式 $=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{7})^2-2\times2=28-4=24$

［2］

与式 $=(a-3b)^2=\{2+3\sqrt{2}-3(-1+\sqrt{2})\}^2=(2+3\sqrt{2}+3-3\sqrt{2})^2=5^2=25$

［3］　２乗して大きさを比べる。

$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2=\dfrac{2}{9}=\dfrac{8}{36}$，$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{36}$，$\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2=\dfrac{2}{3}=\dfrac{24}{36}$，$\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{4}{3}=\dfrac{48}{36}$，

$\left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{9}{2}=\dfrac{162}{36}$

［4］

（1）　$7^2<(3\sqrt{7})^2=63<8^2$ より，$x=3\sqrt{7}-7, y=7$

（2）　$2<\sqrt{3}+1<3$ より，$a=2, b=\sqrt{3}-1$

与式 $=(a+2b)^2=\{2+2(\sqrt{3}-1)\}^2=(2+2\sqrt{3}-2)^2=(2\sqrt{3})^2=12$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。